Вселенная с несколькими отскоками

СТУДЕНТ 205 ГРУППЫ,
КАГИРОВ РИНАТ РУСТАМОВИЧ
НАУЧНЫЙ РУКОВОДИТЕЛЬ: К. Ф.-М. Н. С.А. МИРОНОВ

Москва, 13 мая 2021 г.

Классическая теория гравитации: действие Эйнштейна-Гильберта.

- Из принципа наименьшего действия были получены уравнения поля:

$$\mathcal{S} = \int R\sqrt{-g}\,\mathrm{d}^4x$$

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = 0$$

- Получено квадратичное действие и EOM^1

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$$

- С помощью разложения по спиральностям:

$$\mathcal{S}_{\mathrm{EH}}^{(2)} = -\frac{1}{2}(\partial_\sigma h_{\mu\nu})^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu h)^2 + (\partial^\nu h_{\mu\nu})^2 + \eta^{\mu\nu}h_{\mu\nu}\partial^\mu\partial^\nu h_{\mu\nu}$$

$$\Box h^{(TT)} = 0$$

$$-\partial_\lambda\partial^\lambda h_{\mu\nu} + \partial^\lambda\partial_\mu h_{\lambda\nu} + \partial^\lambda\partial_\nu h_{\lambda\mu} - \partial_\mu\partial_\nu h^\lambda_\lambda = 0$$

Теории Хорндески

- Наиболее общая скалярно-тензорноя теория гравитации
- Вторые производные не приводят к возникновению третьего порядка в уравнении поля, что было проверено для

$$\mathcal{L}_3 = K(\pi, X)\Box\pi$$

$$S = \int d^4x\sqrt{-g}\left(\mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_3 + \mathcal{L}_4 + \mathcal{L}_5 + \mathcal{L}_{\mathcal{BH}}\right)$$

$$\mathcal{L}_2 = F(\pi, X),$$

$$\mathcal{L}_3 = K(\pi, X)\Box\pi$$

$$\mathcal{L}_4 = -G_4(\pi, X)R + 2G_{4X}(\pi, X)\left[(\Box\pi)^2 - \pi_{;\mu\nu}\pi^{;\mu\nu}\right]$$

$$\mathcal{L}_5 = G_5(\pi, X)G^{\mu\nu}\pi_{;\mu\nu} + \frac{1}{3}G_{5X}\left[(\Box\pi)^3 - 3\Box\pi\pi_{;\mu\nu}\pi^{;\mu\nu} + 2\pi_{;\mu\nu}\pi^{;\mu\rho}\pi^{\nu}_{;\rho}\right]$$

$$\mathcal{L}_{\mathcal{BH}} = F_4(\pi, X)\epsilon^{\mu\nu\rho}{}_{\sigma}\epsilon^{\mu'\nu'\rho'\sigma}\pi_{,\mu}\pi_{,\mu'}\pi_{;\nu\nu'}\pi_{;\rho\rho'} + $$
$$+ F_5(\pi, X)\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}\epsilon^{\mu'\nu'\rho'\sigma'}\pi_{,\mu}\pi_{,\mu'}\pi_{;\nu\nu'}\pi_{;\rho\rho'}\pi_{;\sigma\sigma'}$$

Решение с одним отскоком

- Квадратичное действие для возмущений в теории Хорндески:

$$S = \int \mathrm{d}t\, \mathrm{d}^3x a^3 \left[\frac{\mathcal{G}_\mathcal{T}}{8}\left(\dot{h}^T_{ij}\right)^2 - \frac{\mathcal{F}_\mathcal{T}}{8a^2}\left(\partial_k h^T_{ij}\right)^2 + \right.$$
$$\left. + \mathcal{G}_\mathcal{S}\dot{\zeta}^2 - \mathcal{F}_\mathcal{S}\frac{(\nabla\zeta)^2}{a^2}\right]$$

- Условия устойчивости решения:

1. Выполнение уравнений поля

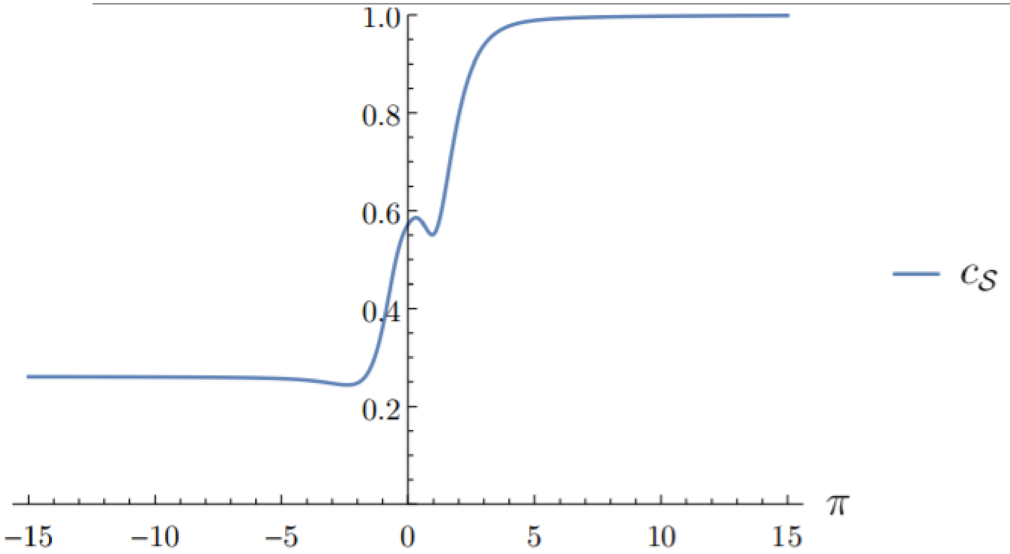
$$\delta g^{00}: \quad F - 2F_X X - 6HK_X X\dot{\pi} + K_\pi X + 6H^2 G_4 +$$
$$+6HG_{4\pi}\dot{\pi} - 24H^2 X\left(G_{4X} + G_{4XX}X\right) + 12HG_{4\pi X}X\dot{\pi} -$$
$$-6H^2X^2\left(5F_4 + 2F_{4X}X\right) = 0$$

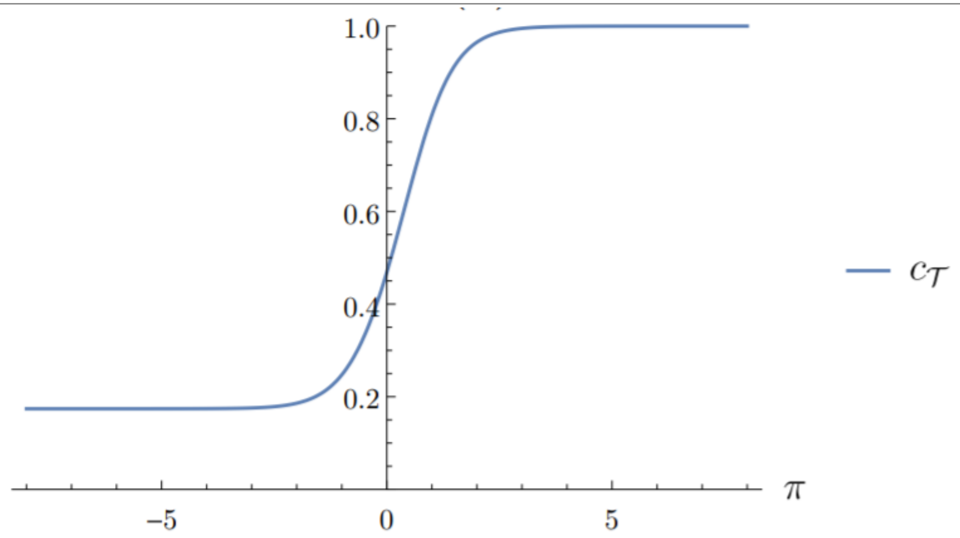
$$\delta g^{ii}: \quad F - X\left(2K_X\ddot{\pi} + K_\pi\right) + 2\left(3H^2 + 2\dot{H}\right)G_4 -$$
$$-12H^2G_{4X}X - 8\dot{H}G_{4X}X - 8HG_{4X}\ddot{\pi}\dot{\pi} -$$
$$-16HG_{4XX}X\ddot{\pi}\dot{\pi} + 2(\ddot{\pi} + 2H\dot{\pi})G_{4\pi} +$$
$$+4XG_{4\pi X}(\ddot{\pi} - 2H\dot{\pi}) + 2XG_{4\pi\pi} - 2F_4X\left(3H^2X + \right.$$
$$\left. +2\dot{H}X + 8H\ddot{\pi}\dot{\pi}\right) - 8HF_{4X}X^2\ddot{\pi}\dot{\pi} -$$
$$-4HF_{4\pi}X^2\dot{\pi} = 0$$

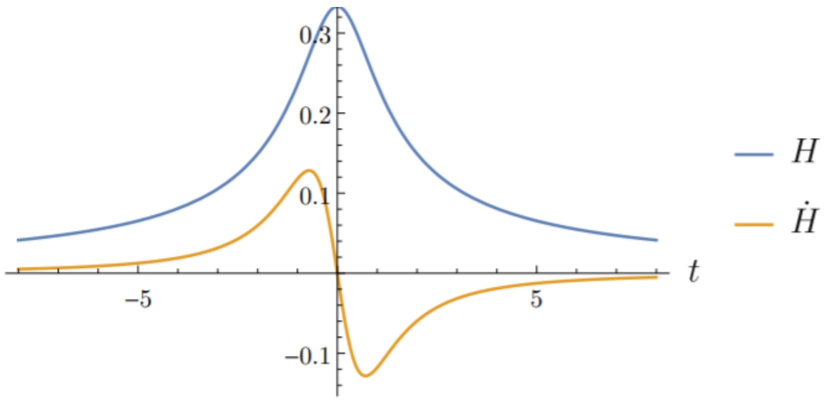
2. Ограничения на коэффициенты в квадратичном действии (надо ли вставлять уравнения поля?)

$$\mathcal{G}_\mathcal{T} \geq \mathcal{F}_\mathcal{T} > \epsilon > 0, \quad \mathcal{G}_\mathcal{S} \geq \mathcal{F}_\mathcal{S} > \epsilon > 0.$$

Пример решения с одним отскоком

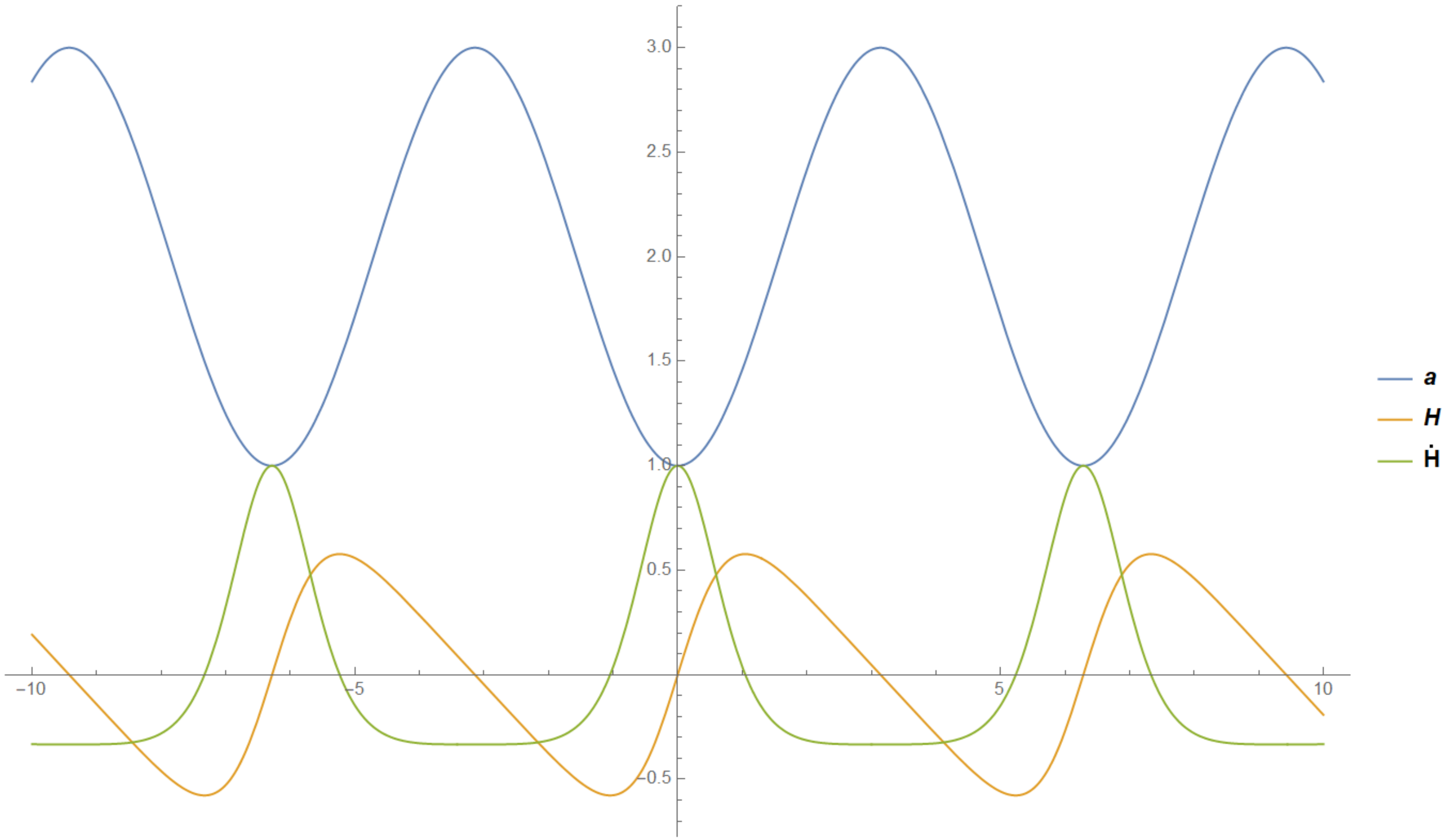






$$c_{\mathcal{T}}^2 = \frac{\mathcal{F}_{\mathcal{T}}}{\mathcal{G}_{\mathcal{T}}}, \qquad c_{\mathcal{S}}^2 = \frac{\mathcal{F}_{\mathcal{S}}}{\mathcal{G}_{\mathcal{S}}}.$$

Поиск решения с несколькими отскоками



$$a(t) = 2 - \cos(t)$$

$$\mathrm{H} = \frac{\mathrm{Sin}(t)}{2 - \mathrm{Cos}(t)}$$

$$\dot{\mathrm{H}} = \frac{-1 + 2\cos(t)}{(-2 + \cos(t))^2}$$

Выбор функций в лагранжиане

$$
\begin{aligned}
&F(\pi, X) = f_0(\pi) + f_1(\pi)X + f_2(\pi)X^2,\\
&K(\pi, X) = k_1(\pi)X,\\
&G_4(\pi, X) = \tfrac{1}{2} + g_{40}(\pi),\\
&G_5(\pi, X) = 0\\
&F_4(\pi, X) = f_{40}(\pi),\\
&F_5(\pi, X) = 0
\end{aligned}
$$

Без ограничения общности можно считать, что

$$\pi(t) = t.$$

Тогда,

$$
\begin{aligned}
&F_X = f_1(t) + 2f_2(t), \quad F_{XX} = 2f_2(t),\\
&K_X = k_1(t)
\end{aligned}
$$

Выбор функций в лагранжиане

Уравнения поля и условия на скорость не определяют точно вид нужных функций.

$$t = \tau\pi : \quad K(\pi, X) = 0, \quad G_4(\pi, X) = \frac{1}{2}, \quad F_4(\pi, X) = 0$$

$$k_1(t) = c_2 Sin(t)$$

$$g_{40}(t) = c_1 Sin(t),$$

$$f_{40}(t) = c_3 Sin(t).$$

Разрешив теперь уравнения поля при тех же условиях относительно f_1 получим

$$f_1(t) = sin(t) + 1/3$$

Выбор функций в лагранжиане

Далее подставим все полученные функции в уравнения поля, чтобы выразить:

$$f_0 = \frac{1}{6}\left(3\left(15c_1 + 39c_3 - 1\right)\sin(t) + 12c_2\cos(t) + \frac{90(c_1+4c_3)\sin(t)+27(c_2+2)}{\cos(t)-2} + \frac{27((c_1+7c_3)\sin(t)+1)}{(\cos(t)-2)^2} + 18c_2 + 17\right)$$

$$f_2 = \frac{1}{6}\left(-3\left(3c_1 + 7c_3 + 1\right)\sin(t) - 6c_2\cos(t) - \frac{9(3c_1\sin(t)+13c_3\sin(t)+1)}{(\cos(t)-2)^2} - \frac{3(14c_1\sin(t)+40c_3\sin(t)+9c_2+2)}{\cos(t)-2} - 18c_2 - 1\right)$$

Теперь у нас есть все функции для описания лагранжиана.

Анализ устойчивости найденных решений. Тензорные возмущения.

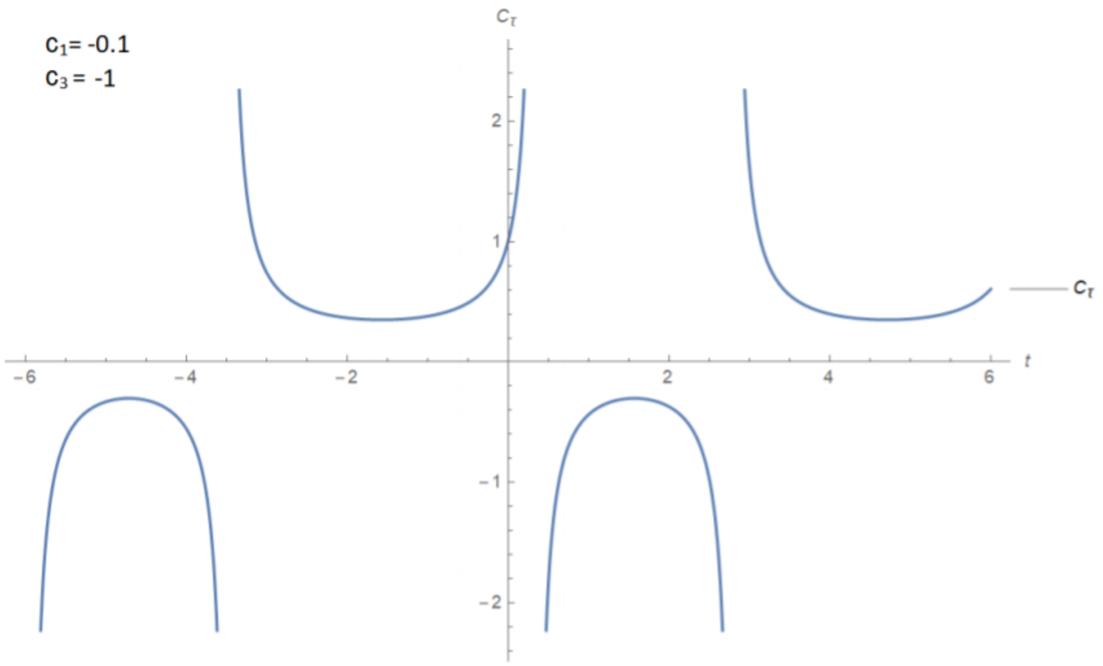


Рис. 2: Неустойчивое решение c_T^2

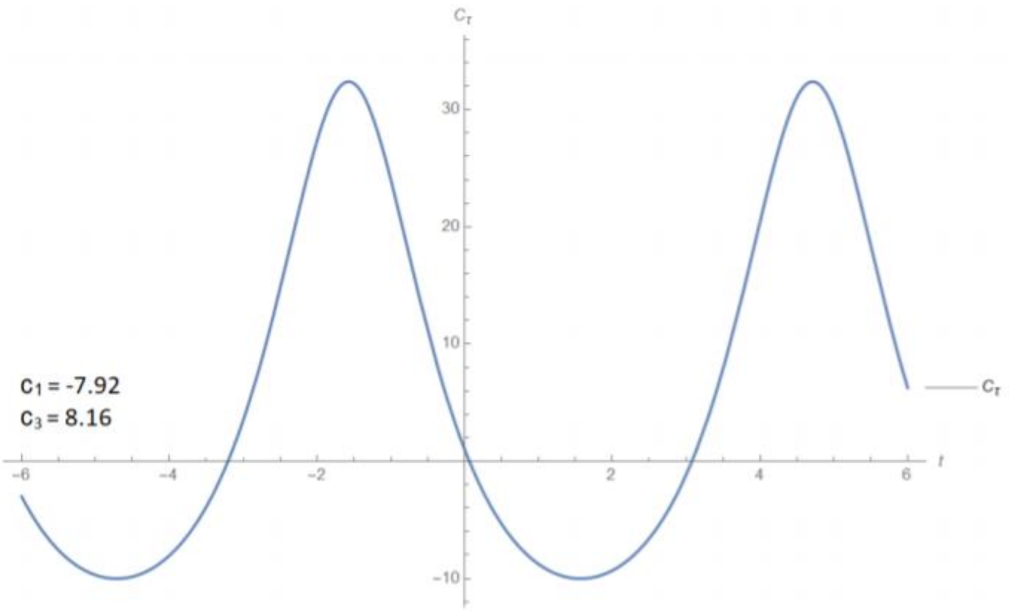


Рис. 3: Неустойчивое решение, отрицательное значение квадрата скорости c_T^2

Анализ устойчивости найденных решений. Тензорные возмущения.

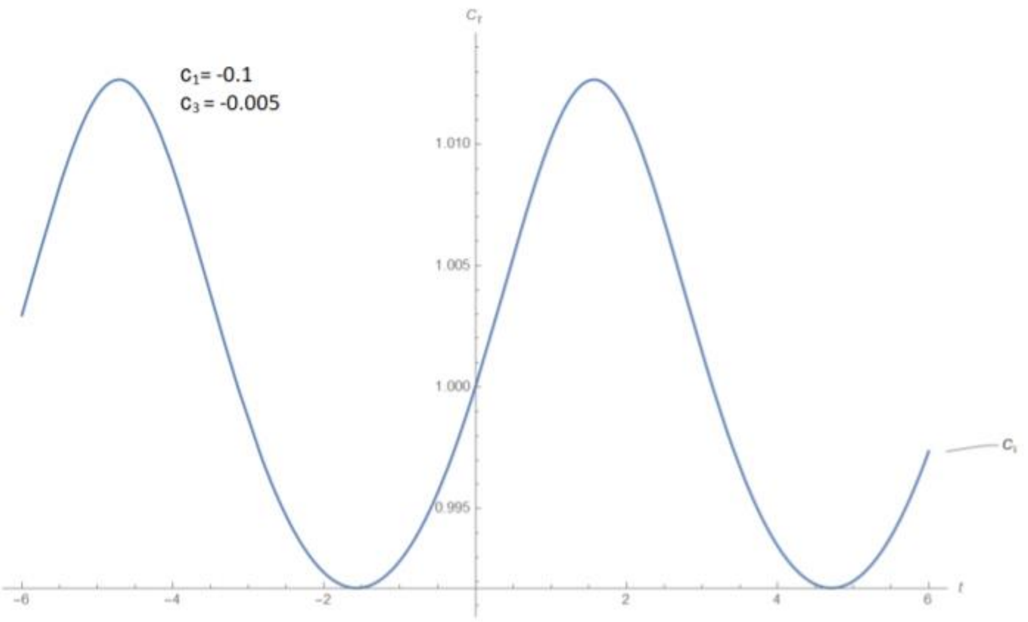


Рис. 4: Неустойчивое решение, невыполнение неравенсва на скорость c_T^2

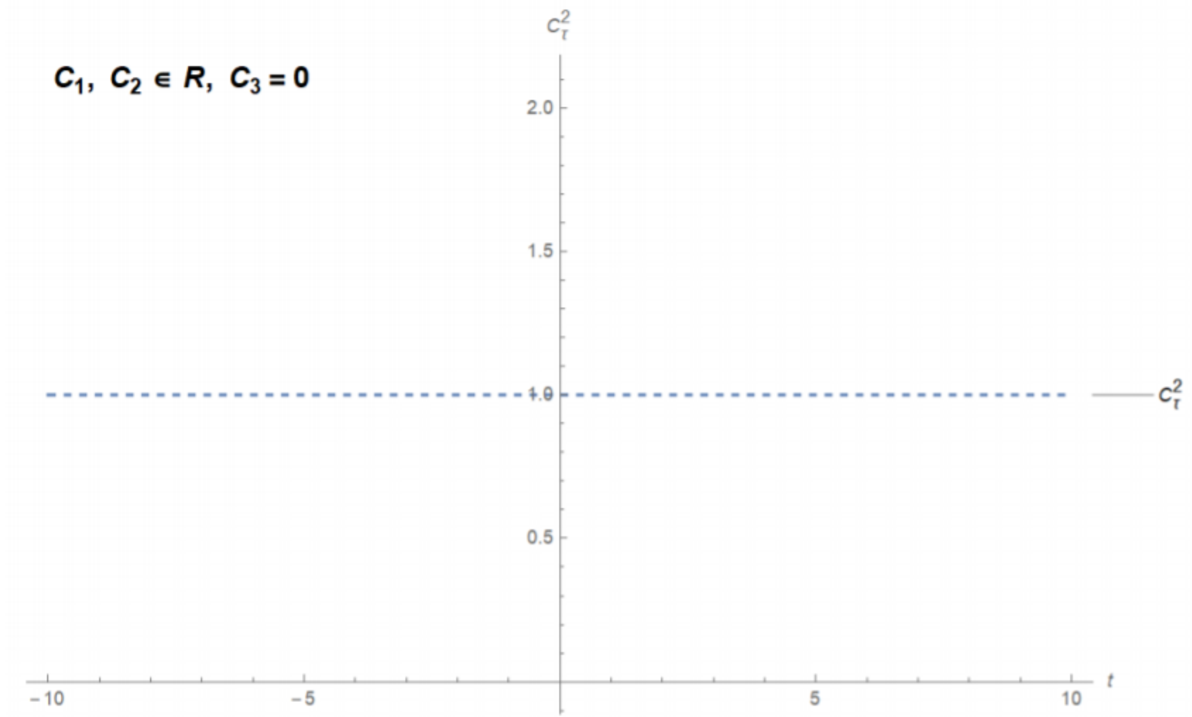


Рис. 5: Устойчивое решение, $c_T^2 = 1$

Анализ устойчивости найденных решений. Скалярные возмущения.

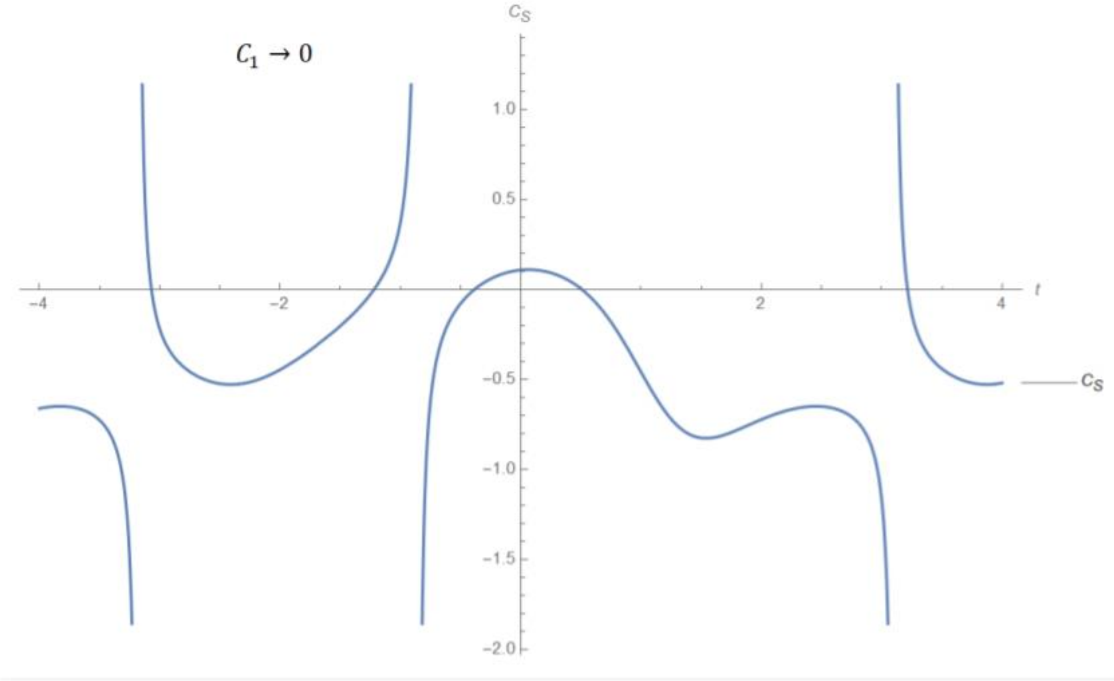


Рис. 7: Неустойчивое решение, $c_S^2(t)$

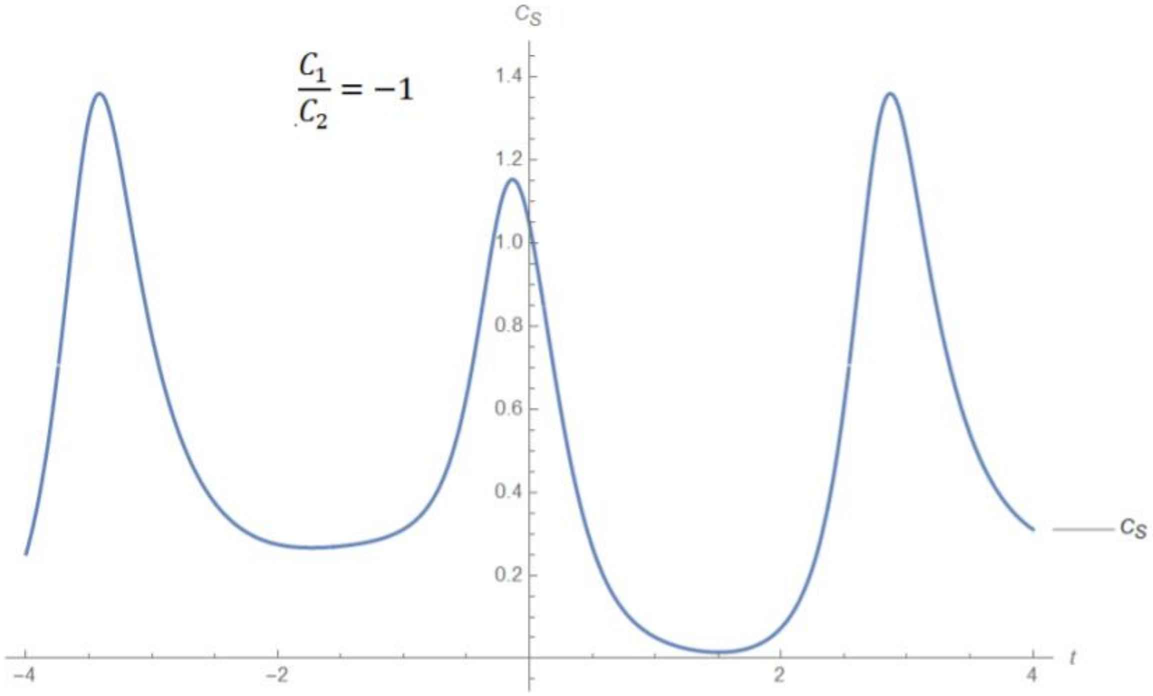


Рис. 6: Неустойчивое решение, $c_S^2(t)$

Анализ устойчивости найденных решений. Скалярные возмущения.

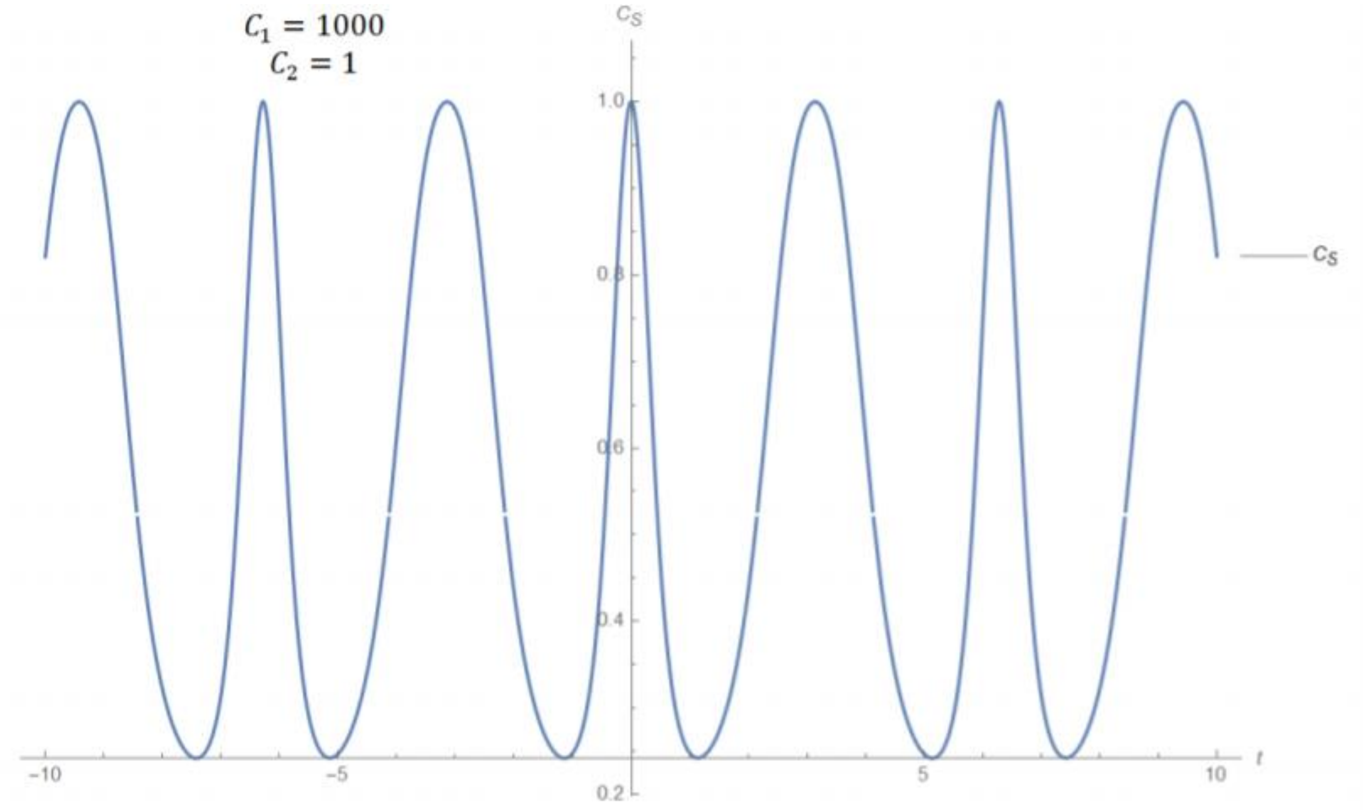


Рис. 8: Устойчивое решение, $c_S^2(t)$

Заключение:

- Было проведено исследование современных теорий эволюции Вселенной.
- В рамках расширенной теории Хорнденски были построены устойчивые решения для нескольких отскоков.
- Планируется дальнейшее исследование устойчивости полученного решения и нахождение других решений с иными условиями.